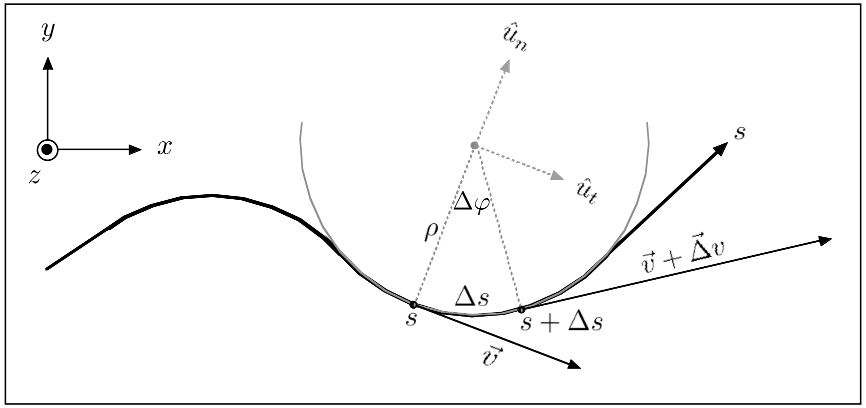
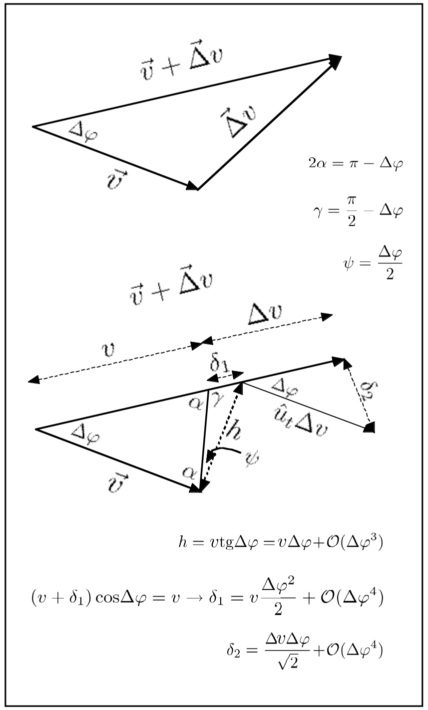
Bachelet
Ascissa curvilinea
seconda parte

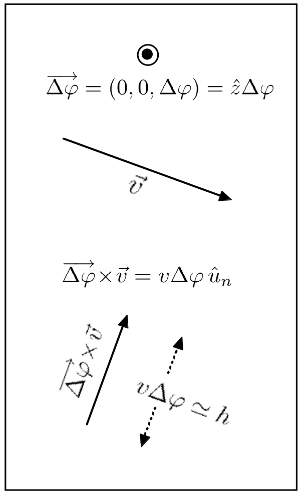
Se, come in figura, la traiettoria appartiene tutta al piano xy, il versore tangente e il versore normale giacciono nel piano della traiettoria e, insieme alla curvatura c e al raggio di curvatura ρ, hanno un'espressione molto semplice:

$$\hat{u}_t = \left(\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}\right) \quad \hat{u}_n = \left(-\frac{dy}{ds}, \frac{dx}{ds}\right) \quad c = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2} \quad \rho = \frac{1}{c}$$

Queste formule non si adattano al caso generale (traiettoria sghemba), in cui il piano osculatore (definito dai versori tangente e normale) cambia orientamento spaziale da punto a punto. Funzionano però per diverse classi di moti fisici di notevole interesse (ad esempio nel moto circolare, oppure nel moto parabolico) che danno luogo a traiettorie piane.







Variazione, fra due punti vicini s e $s + \Delta s$ della traiettoria, del vettore velocità $\vec{v} = v_s \hat{u}_t$ in termini di variazione del modulo v e del versore tangente $\hat{u}_t$. Il modulo v coincide con la velocità scalare v_s quando il verso di percorrenza dell'ascissa curvilinea s è quello positivo. In figura si descrive questo caso, con la traiettoria giacente nel piano xy, e, con un po' di trigonometria, si vede come dipendono da $\Delta\varphi$ e Δv i termini che, nel limite, vengono trascurati (per due punti della traiettoria sempre piú vicini sia $\Delta\varphi$ che Δv tendono a zero):

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v\, \hat{u}_t + \overrightarrow{\Delta}\varphi \times \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\Delta v\, \hat{u}_t + v\Delta\varphi\, \hat{u}_n\right]$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\Delta v\, \hat{u}_t + v\frac{\Delta s}{\rho}\hat{u}_n\right] = \left[\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}\right] \hat{u}_t + \frac{v}{\rho} \left[\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}\right] \hat{u}_n = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\hat{u}_n$$