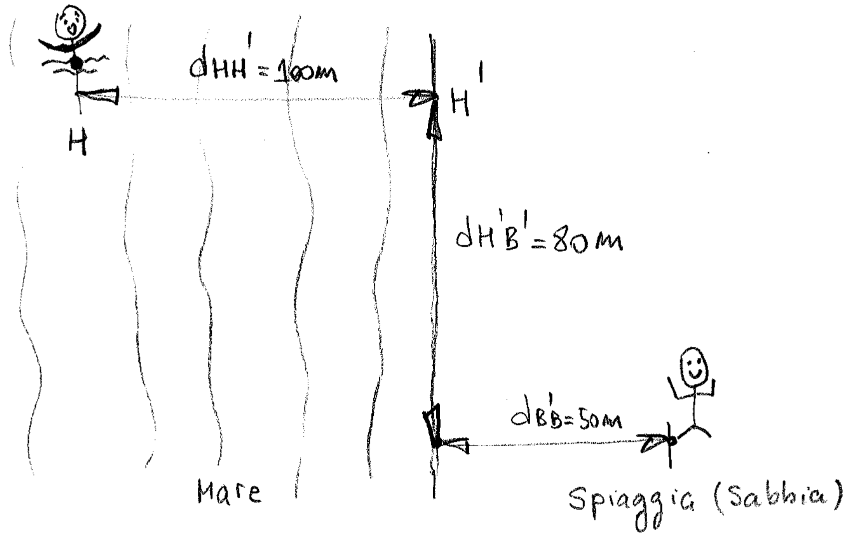
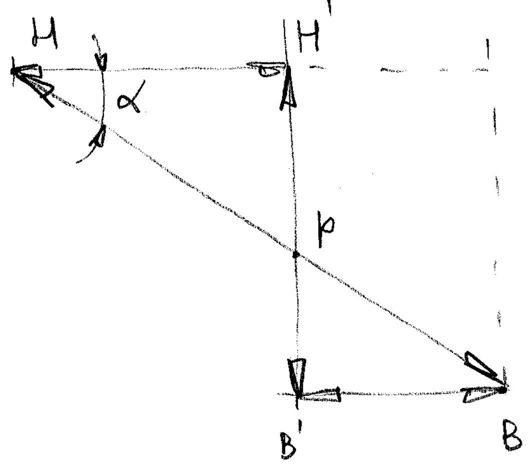
I. Moto rettilineo uniforme



A) La distanza più breve è sempre quella in linea retta (Tra due punti)



$$\boxed{\cos\alpha = \frac{d_{HH'}}{d_{HP}} = \frac{(d_{HH'}+d_{B'B})}{d_{HB}} = \frac{d_{B'B}}{d_{PB}}}$$

$$\boxed{d_{HP} = \frac{d_{H'H}\, d_{HB}}{(d_{HH'}+d_{B'B})} = 113{,}\bar{3}\,m}$$

$$\boxed{d_{PB} = \frac{d_{B'B}\, d_{HB}}{(d_{HH'}+d_{B'B})} = 56{,}\bar{6}\,m}$$

$$\boxed{d_{HB} = \sqrt{d_{B'H'}^{2} + (d_{H'H}+d_{B'B})^{2}} = d_{HP}+d_{PB} = 170\,m}$$

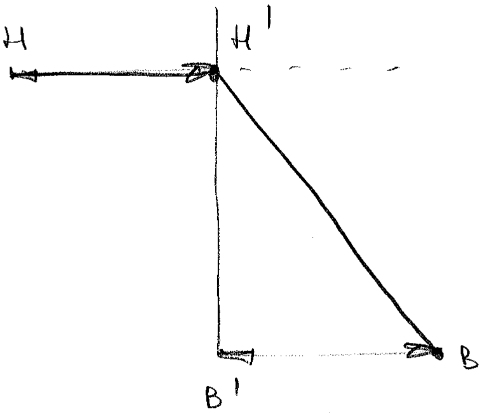
$\boxed{x(t) = v\,t}$ ← (Moto rettilineo uniforme)

→ Corre : $t_{PB} = \frac{d_{PB}}{v_{corre}} = 11{,}\bar{3}\,s$

→ nuoto : $t_{PH} = \frac{d_{HP}}{v_{nuoto}} = 56{,}\bar{6}\,s$

$\Rightarrow \boxed{t^{A}_{TOT} = 68\,s}$

b) Nuotare il meno possibile.



$$\boxed{d_{H'B} = \sqrt{d_{BB'}^2 + d_{B'H'}^2} \cong 94{,}34\,m}$$

nuoto: $t_H = \dfrac{d_{HH'}}{v_{nuoto}} = 50s$

corre: $t_{BH'} = \dfrac{d_{H'B}}{v_{corre}} \cong 18.86s$

$\Rightarrow \boxed{t^B_{TOT} = 68{,}86\,s}$

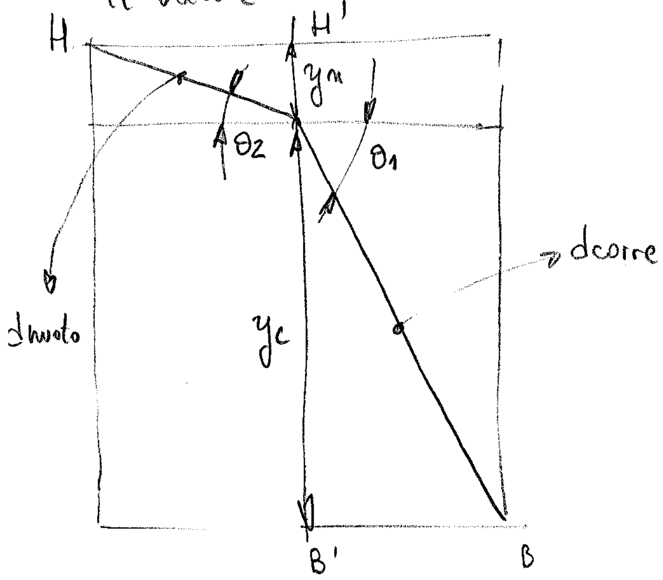
PENSIERO COMPLEMENTARE (DOMANDE)

i) $t^B_{TOT} > t^A_{TOT}$: La traiettoria più breve sempre corrisponde al tempo più breve? (Pensare che ci sono due mezzi diverse (Mare, Sabbia) dove il bagnino ha due $v(t)$ diverse) C'è altra traiettoria che ha un tempo più breve? Qual è il tempo più breve di tutti?

ii) Con quale legge fondamentale dell'ottica è collegato il punto i)? Perché un bagnino che corre e nuota è collegato con ottica?

---

i) C'è un altro tempo t, diverso di t^B_{TOT} e t^A_{TOT}, per cui t ha il valore minimo?



$$\boxed{d_{nuoto} = \sqrt{d_{HH'}^2 + y_n^2} = \sqrt{100m^2 + y_n^2}}$$

$$\boxed{y_n = 80m - y_c}$$

$$\boxed{d_{corre} = \sqrt{d_{BB'}^2 + y_c^2} = \sqrt{50m^2 + y_c^2}}$$

Un tempo Totale qualsiasi, ha la forma: $\boxed{t_{TOT} = \dfrac{d_{corre}}{v_{corre}} + \dfrac{d_{nuoto}}{v_{nuoto}}}$

$$\boxed{t_{TOT} = \frac{\sqrt{50m^2 + y_c^2}}{v_{corre}} + \frac{\sqrt{(80m - y_c)^2 + 100m^2}}{v_{nuoto}}}$$

Adesso ho una funzione $t_{TOT}(y_c)$ della variabile y_c.

Applicando la derivata $\left(\frac{d}{dy_c}\right)$ posso imporre la condizione di minimo:

$$\boxed{\frac{dt_{TOT}}{dy_c}=0} \Rightarrow \boxed{\frac{dt_{TOT}}{dy_c}=\frac{1}{\cancel{2}v_{corre}}\cdot\frac{\cancel{2}y_c}{\sqrt{50m^2+y_c^2}}+\frac{1}{\cancel{2}}\frac{(-\cancel{2})(80m-y_c)}{v_{nuoto}\sqrt{(80m-y_c)^2+(100m)^2}}=0}$$

EQUAZIONE [1]

$$\Downarrow$$

$$\boxed{y^c_{min}=50.4\,m}$$

$$\Rightarrow \boxed{t^{MIN}_{TOT}=66{,}34\,s}$$

tempo minimo assoluto: non c'è altro più basso.

COMPITI PER CASA: VERIFICARE CHE È UN MINIMO

e si vede che: $\boxed{t^B_{TOT}>t^A_{TOT}>t^{MIN}_{TOT}}$

Quando ci sono due mezzi (mare, sabbia) con $v(t)$ diverse, la traiettoria più breve non si corrisponde con il tempo più breve necessariamente.

---

ii) Guardando alla Eq. [1], è possibile scrivere:

$$\frac{dt_{TOT}}{dy_c}=\frac{1}{v_{corre}}\underbrace{\frac{y_c}{\sqrt{50m^2+y_c^2}}}_{\sin\theta_1}-\frac{1}{v_{nuoto}}\underbrace{\frac{(80m-y_c)}{\sqrt{(80m-y_c)^2+(100m)^2}}}_{\sin\theta_2}=0$$

$$\boxed{\frac{\sin\theta_1}{v_{corre}}=\frac{\sin\theta_2}{v_{nuoto}}}$$

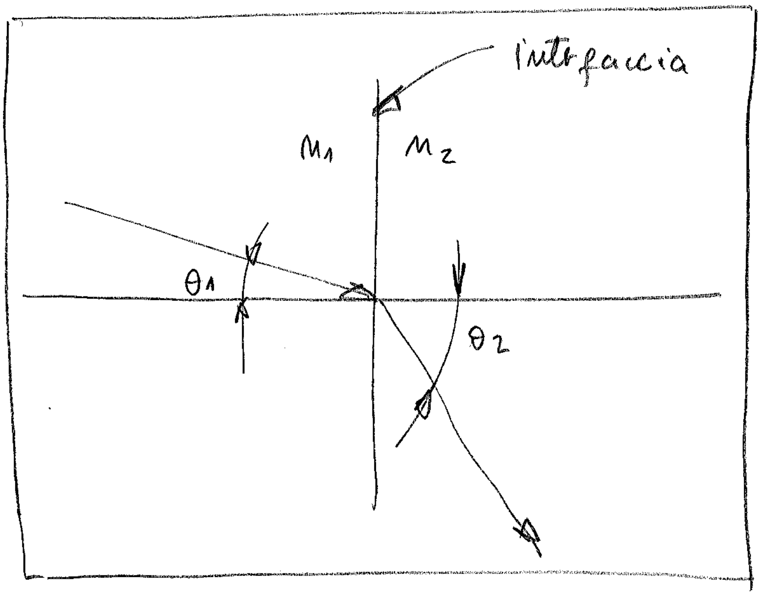
Ti dice qualcosa???

Ha la stessa forma che la legge di Snell!!!

LEGGE DI SNELL

La luce si propaga nel vuoto alla velocità costante c_0.
La figura mostra due mezzi trasmissivi con indice di rifrazione n_1 (a sinistra) e n_2 (a destra) in contatto tra loro, attraverso una superficie che viene chiamata interfaccia (linea verticale). Nel caso $n_2 > n_1$ la luce ha una velocità di fase più bassa nel secondo mezzo.

$$\boxed{\text{Velocità di fase} \longrightarrow v_i = c_0/n_i}$$



Legge di snell

$$\boxed{\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}}$$

- I due hanno la stessa forma perchè dietro c'è il principio di tempo minimo.

III LEGGE ORARIA

Un punto si muove lungo l'asse x con legge oraria:

$$\boxed{x(t) = At^3 - 6Bt^2 + 3C}$$

Se c'è dubbio, sempre utilizzare la derivata e integrale per andare avanti/indietro (da $x(t) \to v(t)$, da $a(t)$ a $v(t)$, etc) invece delle formuline. In questo caso è chiaro che si deve utilizzare derivata e integrale.

$$\boxed{v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 3t^2 - 12t}$$

La velocità si annula : $v(t) = 0 \Rightarrow (3t-12)t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0s \\ t = 4s \end{cases}$

Anche: $v(t=1s) = -9 m/s < 0$

$v(t=2s) = -12 m/s < 0$

$v(t=3s) = -9 m/s < 0$

$v(t=5s) = 15 m/s > 0$

$$\boxed{a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = 6t - 12}$$

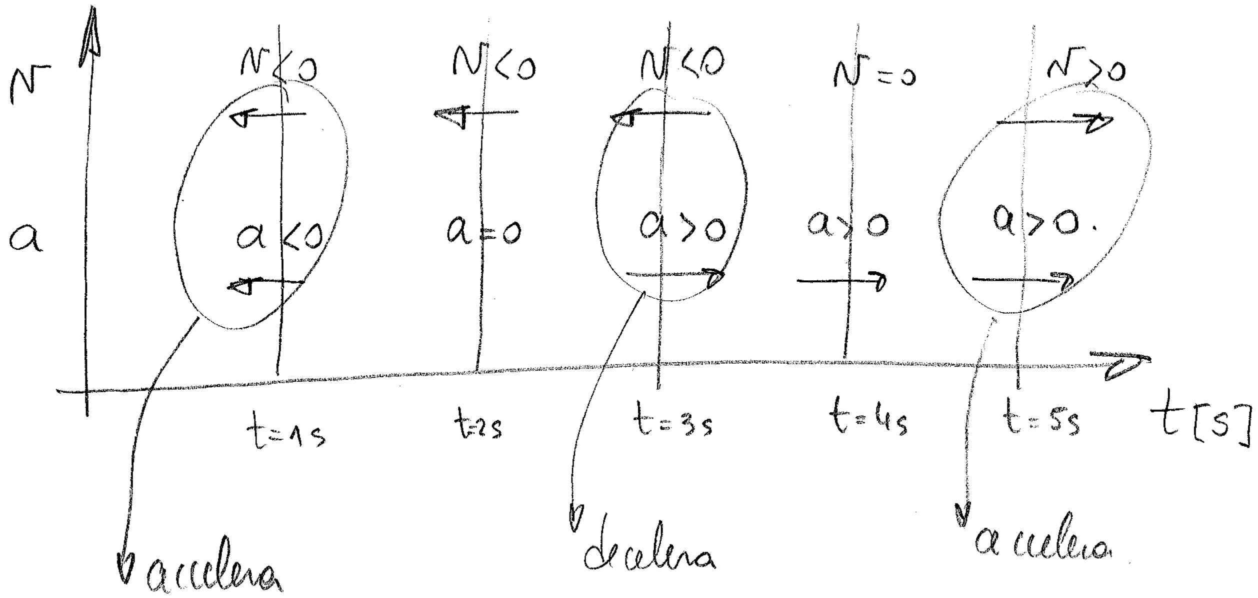
L'accelerazione si annula : $a(t) = 0 \Rightarrow \boxed{t = 2}$

Anche: $a(t=1s) = -6\frac{m}{s^2} < 0$

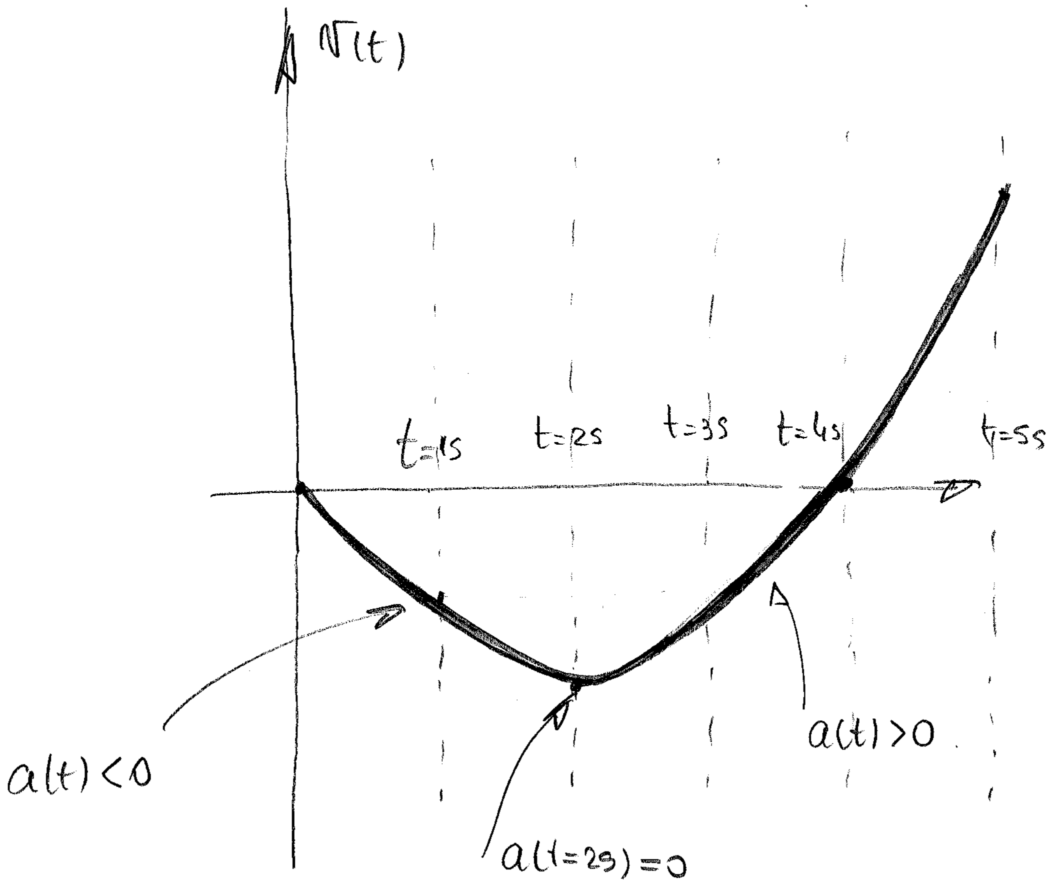
$a(t=3s) = 6 m/s^2 > 0$

$a(t=4s) = 12 m/s^2 > 0$

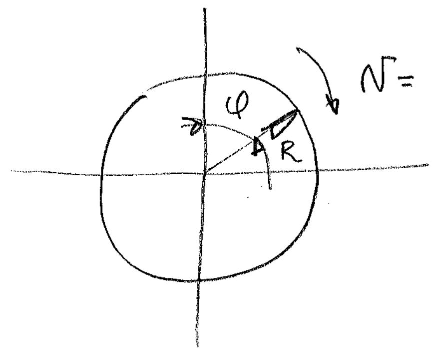
$a(t=5s) = 18 m/s^2 > 0$



Con tutta questa info possiamo fare il Plot della vellocità.



VI TRAIETTORIA CIRCOLARE



$v = A + Bt^2$

Sappiamo che: $\boxed{l = \varphi R}$ lunghezza dell'arco.

$\boxed{v = \omega R}$ derivata

$\boxed{a = \dot{\omega} R}$ derivata

$$\boxed{\text{con } \dot{\varphi} = \omega,\ \ddot{\varphi} = \dot{\omega}}$$

A) $$\boxed{\varphi = \int_{0s}^{2s} \left(\frac{A}{R} + \frac{B}{R} t^2\right) dt = \frac{A}{R} t + \frac{B}{R} \frac{t^3}{3} \Big|_{0s}^{2s} = \frac{2As}{R} + \frac{B}{R} \frac{8s}{3}}$$

$$\boxed{l = 2As + \frac{8}{3} Bs} \Rightarrow \boxed{l = 10,\bar{6}\, m}$$

$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_c$ → Centripeta.

↑ tangenziale

$$|\vec{a}_T| = \frac{dv}{dt} = \dot{\omega} R = 2Bt$$

$t = 0s \rightarrow |\vec{a}_T| = 0$

$t = 2s \rightarrow |\vec{a}_T| = 4\, m/s^2$

$$|\vec{a}_c| = \frac{v^2}{R} = \frac{(A + Bt^2)^2}{R}$$

$t = 0s \rightarrow |\vec{a}_c| = 16\, m/s^2$

$t = 2s \rightarrow |\vec{a}_c| = 64\, m/s^2$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_T|^2 + |\vec{a}_c|^2}} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} |\vec{a}(t = 0s)| &= 16\, m/s^2 \\ |\vec{a}(t = 2s)| &= 64{,}12\, m/s^2 \end{aligned}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \cancel{2}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\, m/s\ \hat{x} + \cancel{2}\,\frac{1}{\cancel{2}}\, m/s\ \hat{y} = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}\,\hat{x} + 1\,\frac{m}{s}\,\hat{y}}$$

Eq. di Movimento

$\boxed{\text{qua } g>0 \text{ perché coincide in senso con } \hat{x}\,!!!}$

$$\hat{x}:\quad x(t) = \underbrace{x_0}_{=0} + v_{x0}\,t + \frac{1}{2} g\, t^2 \qquad \text{(Moto accelerato)}$$

$$\hat{y}:\quad y(t) = \underbrace{y_0}_{=0} + v_{y0}\,t \qquad \text{(Moto Rettilineo Uniforme)}$$

$\therefore$

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{x}&: \quad x(t) = \sqrt{3}\, m/s\ t + \frac{1}{2} g t^2 \\ \hat{y}&: \quad y(t) = 1 m/s\ t \end{aligned}}$$

•) Il Tempo per raggiungere la parete:

in questo sistema di riferimento: $y_{parete} = d - OM = 1m - \frac{\sqrt{3}}{2}R$

$$\boxed{y_{parete} = 0{,}57m}$$

$$\boxed{t_{parete} = 0{,}57s}$$

•) La velocità al momento d'arrivo alla parete:

$\boxed{v_y(t) = 1 m/s}$ $\qquad$ $\boxed{v_x(t) = \sqrt{3}\, m/s + g\,t}$

$$\boxed{v_y(t_{parete}) = 1 m/s}$$

$$\boxed{v_x(t_{parete}) = 7{,}29\, m/s}$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,\Big|_{t=t_{parete}} = 7{,}36s\,.}$$