# ACCELERAZIONE VISCOSA

Un punto materiale procede inizialmente con una velocità $v_0$ ed è soggetto ad un'accelerazione dipendente dalla velocità la cui espressione è:

$$\boxed{a = g - bv}$$

Determinare l'espressione oraria della velocità e la legge oraria per la posizione supponendo che $x(t=0)=0$.

---

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = g - bv}$$

quindi dobbiamo separare le variabili

Se: $u = g - bv \Rightarrow \boxed{-b\,dv = du}$

$u$ : nuova variabile

$$-\frac{1}{b}\frac{du}{dt} = u$$

$$\frac{du}{dt} = -bu \Rightarrow \frac{du}{u} = -b\,dt$$

$$\int_{t_0}^{t} \frac{du}{u} = \int_{t_0}^{t} -b\,dt$$

$$\log u \Big|_{t_0}^{t} = -b(t - t_0)$$

$$\log(u/u_0) = -b(t-t_0) \longrightarrow u = u_0 e^{-b(t-t_0)}$$

$$g - bv = u_0 \, e^{-b(t-t_0)}$$

$$\Rightarrow \boxed{g/b - \frac{u_0}{b} e^{-b(t-t_0)} = v(t)}$$

$$\boxed{u_0 = g - b v_0 \quad \text{condizione iniziale}}$$

$$\frac{g}{b} - \frac{g}{b} e^{-b(t-t_0)} + v_0 e^{-b(t-t_0)} = v(t).$$

$t_0 = 0.$ Velocità limite.

$$\boxed{v(t) = \frac{g}{b} + \left(v_0 - \frac{g}{b}\right) e^{-b(t-t_0)}} \qquad \boxed{v_\infty(t \to \infty) = \frac{g}{b}}$$

legge oraria:

$$x(t) = \frac{g}{b} t \Big|_0^t + \frac{\left(v_0 - \frac{g}{b}\right)}{-b} e^{-bt} \Big|_0^t$$

$$\boxed{x(t) = \frac{g}{b} t + \frac{(v_0 - g/b)}{b} \left(1 - e^{-bt}\right)}$$

Questo esercizio non ha niente di nuovo. (diciamo con la fisica). Però ci fa vedere come fare quando tutte le variabili non sono dalla stessa parte dell'equazione.

$$\boxed{dv = (g - b v)\, dt}$$

deve stare dall'altra parte dell'equazione

e quindi così non posso integrare