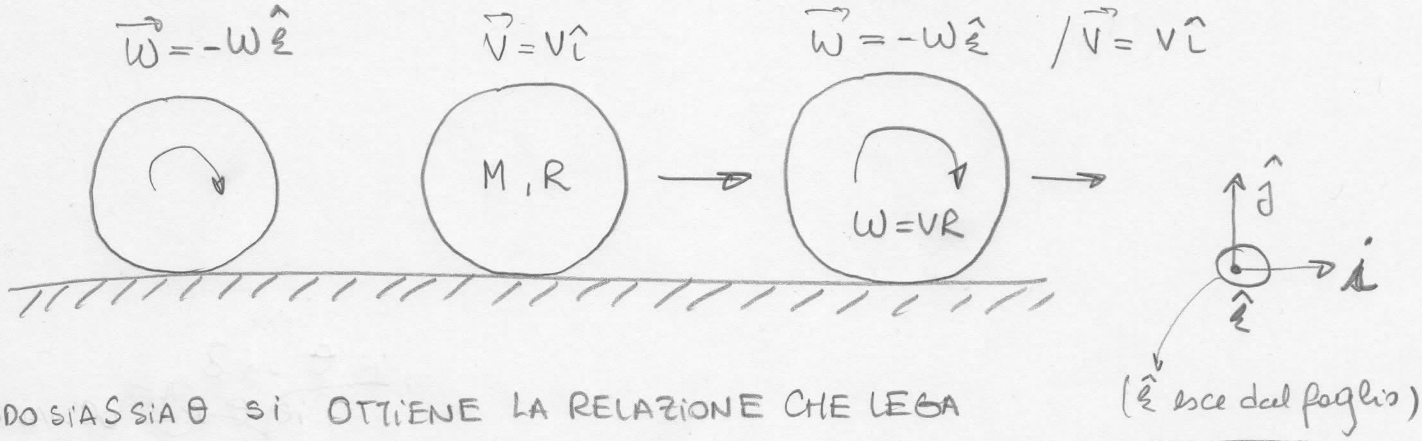
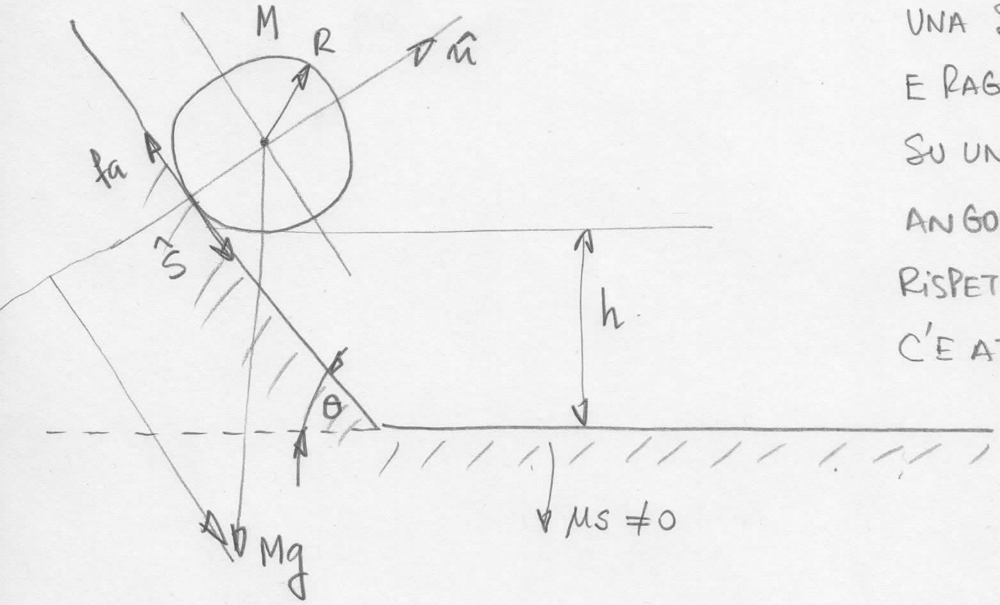
ROTOLAMENTO (VALIDO PER SFERA, CILINDRO, ANELLO, ETC)

IL PUNTO DI CONTATTO DELLA SFERA (O CILINDRO, ANELLO, ETC) È, ISTANTE PER ISTANTE FERMO, OSSIA V'È ASSENZA DI TRASCINAMENTO. DOPO CHE SI È SROTOLATO UNA TRATTO DI FILO PARI AD S IL ROCCHETTO AVRÀ RUOTATO DI UN ANGOLO (MISURATO IN RADIANTI) $\Delta\theta = SR$.



DERIVANDO SIA S SIA θ SI OTTIENE LA RELAZIONE CHE LEGA LA VELOCITÀ DI TRASLAZIONE DEL CM E LA VELOCITÀ ANGOLARE: $\boxed{v = \omega R}$

SFERA SU PIANO INCLINATO



UNA SFERA OMOGENEA DI MASSA M E RAGGIO R È INIZIALMENTE FERMA SU UNA GUIDA INCLINATA DI UN ANGOLO θ, AD UNA QUOTA H, RISPETTO AD UN PIANO ORIZZONTALE. C'È ATTRITO STATICO μs.

ALL'ISTANTE INIZIALE LA SFERA INIZIA A ROTOLARE SENZA STRISCIARE LUNGO LA GUIDA E CONTINUA A ROTOLARE (SEMPRE SENZA STRISCIARE) FINO A RAGGIUNGERE IL PIANO ORIZZONTALE

CALCOLARE:

i) L'ACCELERAZIONE a DEL CM, E L'ACCELERAZIONE ANGOLARE $\dot{\omega}$ DURANTE LA CADUTA LUNGO IL PIANO INCLINATO.

ii) LA VELOCITÀ DEL CM E LA VELOCITÀ ANGOLARE SUL PIANO ORIZZONTALE.

iii) IL VALORE MINIMO DEL COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO, μs^{min}, PERCHÉ LA SFERA POSSA EFFETTIVAMENTE ROTOLARE SENZA STRISCIARE LUNGO IL PIANO INCLINATO

COME SEMPRE SI SCRIVE $F = ma$ PER OGNI ASSE.

ASSE $\hat{s}$: LUNGO L'ASCISSA CURVILINEA $\hat{s}$ CHE SEGUE IL PROFILO DISCENDENTE DELLA GUIDA E UN VERSORE $\hat{n}$ NORMALE AL PIANO (ADESSA NORMALE)

LE EQUAZIONI CARDINALI PER LA SFERA SONO:

forza d'attrito.

(EQ. PER LE FORZE LUNGO $\hat{s}$) $mg\sin\theta - f_a = ma$ [A]

(" " " $\hat{n}$) $R_n - mg\cos\theta = 0$ [B]

(EQ. PER I MOMENTI) $f_a R = I_{sfera}\dfrac{a}{R}$ [C]

(Momento di inerzia della sfera)

DOVE È IMPOSTA LA CONDIZIONE DI PURO ROTOLAMENTO: $\boxed{v = \omega R} \Rightarrow \boxed{a = \dot{\omega} R.}$

FACENDO:

[C]: $\boxed{a = \dfrac{f_a R^2}{I_{sfera}}}$; [A]: $\boxed{f_a = mg\sin\theta - ma}$

Non dimenticare che: $I_{sfera} = \dfrac{2}{5}mR^2 \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{5 f_a \cancel{R^2}}{2m\cancel{R^2}} = \dfrac{5 f_a}{2m}}$

OVVIAMENTE QUANDO L'ASSE DI ROTOLAMENTO PASSA PER IL CENTRO DELLA SFERA O CM

[C] → [A]: $a = \dfrac{5}{2}\dfrac{f_a}{m} = \dfrac{5}{2m}\left(mg\sin\theta - ma\right)$

$$a\left(1 + \frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2}g\sin\theta.$$

$$a\,\frac{7}{2} = \frac{5}{2}g\sin\theta \Rightarrow \boxed{a = \frac{5}{7}g\sin\theta}$$

DALLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA DELLA SFERA DALL'ISTANTE INIZIALE ALL'ISTANTE $t\to\infty$ (in cui la sfera rotola sul piano orizzontale) si ha:

$$\underbrace{mg(h+\cancel{R})}_{E_M^0} = \underbrace{\frac{1}{2} m v_{CM}^2(t\to\infty) + \frac{1}{2} I_{sf}\,\omega^2(t\to\infty) + \cancel{mgR}}_{E_M^f}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{CM}^2(t\to\infty) = 2gh - \frac{I_{sf}}{m}\frac{v_{CM}^2}{R^2}}$$

CONDIZIONE DI PURO ROTOLAMENTO. $\boxed{\omega = \frac{v_{CM}}{R}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(m + \frac{I_{sf}}{R^2}\right) v_{CM}^2 = mgh$$

$$\boxed{v_{CM} = \sqrt{\frac{2mgh}{\left(m + \frac{I_{sf}}{R^2}\right)}} = \sqrt{\frac{10}{7} gh}}$$

Il valore minimo del coefficiente di attrito statico per il puro rotolamento si ricava imponendo la condizione $f_a \le \mu_s R_n$

Necessario per il Rotolamento

Il mio attrito deve essere maggiore.

$$\boxed{f_a = \frac{I_{sf}\, a}{R^2} = \frac{2}{5} m a} \quad \text{e} \quad \boxed{R_n = mg\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} m a \le \mu_s mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_s \geq \frac{2}{7}\tan\theta}$$

Il valore ottenuto è inferiore a quello che la velocità del centro di massa avrebbe nel caso di piano inclinato liscio ($v_c = \sqrt{2gh}$): In tale situazione, infatti, la sfera si muoverebbe secondo una semplice traslazione, cioè senza riservare una parte della propia energia meccanica alla rotazione attorno al centro di massa.

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Abbiamo speso un po' d'energia nel fare Rotolare la sfera.}}$!!!

→ Tutto a posto con il nostro modello?

Secondo il nostro modello un corpo rigido rotolando su un piano orizzontale non si ferma mai.

Dobbiamo pensare ad altra cosa: $\boxed{\text{Attrito volvente}}$
o il corpo rigido non è tanto rigido, nel senso che si deforma.

LEGGERE PAGINA 298 - 299 DEL LIBRO FISICA GENERALE, MECCANICA S. FOCARDI, I. MASSA, A. UGUZZONI