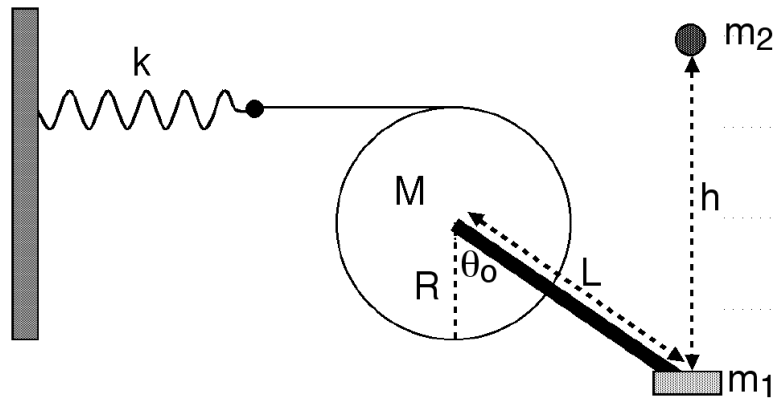


**Corso di Meccanica dei Sistemi Continui – AA 2002-03**  
**Seconda prova di esonero – 29 maggio 2003**

Un cilindro omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  è vincolato a ruotare senza attrito intorno al suo asse posto orizzontalmente (direzione perpendicolare al foglio nella figura). Sul cilindro è avvolto un filo inestensibile, di massa trascurabile. Un'estremità del filo è fissata al cilindro e l'altra ad una molla vincolata ad una parete. La molla ha costante elastica  $k$ . Un'asta rigida di massa trascurabile e lunghezza  $L$  è fissata al cilindro lungo un suo raggio con estremità sull'asse. All'estremità libera è attaccato un piattello di massa  $m_1$  e dimensioni trascurabili. Inizialmente il sistema è in equilibrio e l'asta forma con la verticale un angolo  $\theta_0 = \pi/3$ . Successivamente sul piattello viene fatto cadere, da un'altezza  $h$  rispetto al piattello, un corpo inizialmente fermo, di massa  $m_2$  e dimensioni trascurabili, che colpisce il piattello in modo totalmente anelastico.



Calcolare:

- l'allungamento  $\Delta x_0$  della molla nella posizione iniziale di equilibrio
- la velocità angolare  $\omega_0$  del sistema subito dopo l'urto
- l'energia dissipata durante l'urto
- la minima altezza  $h_{\min}$  da cui deve cadere il proiettile perché l'asta raggiunga la posizione verticale.

**Soluzione**

- $k\Delta x_0 R = m_1 g L \sin \theta_0$  quindi  $\Delta x_0 = m_1 g L \sin \theta_0 / kR$
- $m_2 v L \sin \theta_0 = I_T \omega$  dove  $I_T = (MR^2/2) + (m_1 + m_2)L^2$  e  $v = (2gh)^{1/2}$ , quindi  $\omega_0 = m_2 (2gh)^{1/2} L \sin \theta_0 / I_T$
- $\Delta E = m_2 gh - (I_T \omega_0^2 / 2) = m_2 gh [ 1 - (m_2 L^2 \sin^2 \theta_0 / I_T) ]$
- $I_T \omega_0^2 / 2 + (m_1 + m_2) L g (1 - \cos \theta_0) + k \Delta x_0^2 / 2 = k (\Delta x_0 + \theta_0 R)^2 / 2$ ;  
sostituendo  $\omega_0$  si trova  
 $h_{\min} = [I_T / (m_2 L \sin^2 \theta_0)] \{ [k(\theta_0^2 R^2 + 2\Delta x_0 R \theta_0) / (2m_2 g L)] - [(m_1 + m_2) / m_2] (1 - \cos \theta_0) \}$